

林廷數學考試中心  
108 下學期指考數學(甲)模擬測驗試題  
數學考科

109.06.08

—作答注意事項—

考試範圍：第一~第四冊、選修數學甲全

考試時間：80 分鐘

題型題數：單選題 3 題，多選題 4 題，選填題第 A 至 D 題共 4 題，非選擇題 2 題。

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\square^3$  與第 19 列的  $\square^8$  畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\square^-$  與第 21 列的  $\square^7$  畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

## 第壹部分：選擇題（占 66 分）

### 一、單選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1.  $x$  為實數，已知  $\log x$  與  $\log 2013$  的首數相同； $\log x$  與  $\log 102$  的尾數相同，求  $x$  之值為下列何者？
- (1) 201.3
  - (2) 2115
  - (3) 1020
  - (4) 1911
  - (5)  $2013 \times 102$
2. 已知某地區有 20% 的人受到  $X$  病毒感染，而今有兩種不同的檢驗方法  $A$ 、 $B$  可以檢測是否受到  $X$  病毒感染。
- 已知  $A$  檢驗方法的準確性為：若此人受到  $X$  病毒感染，有 95% 可以被檢驗出來；若此人沒有受到  $X$  病毒感染，有 10% 會被誤判為受到  $X$  病毒感染。
- $B$  檢驗方法的準確性為：若此人受到  $X$  病毒感染，有 90% 可以被檢驗出來；若此人沒有受到  $X$  病毒感染，有 5% 會被誤判為受到  $X$  病毒感染。
- 今有一人甲懷疑自己受到  $X$  病毒感染，利用  $A$  方法檢驗後，檢測結果為未受感染。但甲仍不放心，再利用  $B$  方法檢驗。已知  $A$ 、 $B$  兩種檢驗方法互不影響
- 試問：在  $A$ 、 $B$  兩種檢驗方法檢驗後均顯示未受感染的條件下，而甲已經受到  $X$  病毒感染的機率為下列何者？
- (1)  $\frac{1}{5}$
  - (2)  $\frac{1}{73}$
  - (3)  $\frac{1}{137}$
  - (4)  $\frac{1}{438}$
  - (5)  $\frac{1}{685}$

3. 設平面上三向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  滿足  $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c}$ ，且  $|\vec{a}| = 20$ 、 $|\vec{b}| = 15$ 、 $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$ ，則  $\vec{a}$  在  $\vec{c}$  上的正射影長為下列哪一個選項？

- (1) 12
- (2)  $4\sqrt{2}$
- (3)  $2\sqrt{3}$
- (4) 4
- (5) 16

4. 已知  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則方程式  $2 \cos 3x - \sec x = 0$  的實根個數為下列哪一個選項？

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 4
- (5) 8

## 二、多選題（占 18 分）

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 6 分；答錯 1 個選項者，得 4 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 設函數  $f(x) = 16 \times \frac{(x+2)(x+1)(x-1)}{(3+2)(3+1)(3-1)} - 2 \times \frac{(x+2)(x+1)(x-3)}{(1+2)(1+1)(1-3)}$   
 $- 4 \times \frac{(x+2)(x-1)(x-3)}{(-1+2)(-1-1)(-1-3)} - 29 \times \frac{(x+1)(x-1)(x-3)}{(-2+1)(-2-1)(-2-3)}$ ，

則方程式  $f(x) = 0$ ，在下列哪些區間有實根？

- (1)  $(-2, -1)$
- (2)  $(-1, 0)$
- (3)  $(0, 1)$
- (4)  $(1, 2)$
- (5)  $(2, 3)$

6. 設  $x$  為實數，函數  $f(x) = 3\cos x - 4\sin x$ ，若函數  $f(x)$  可表為  $f(x) = a\cos(x + \theta_1)$  或  $f(x) = b\sin(x + \theta_2)$ 。其中  $a, b$  均為正數， $0 < \theta_1 < 2\pi$ ， $0 < \theta_2 < 2\pi$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1)  $a = b$
- (2)  $\theta_1 = \theta_2$
- (3)  $\theta_2 = \theta_1 + \frac{\pi}{2}$
- (4)  $\pi < \theta_1 + \theta_2 < \frac{3}{2}\pi$
- (5) 函數  $f(x)$  的最大值為 7

7. 已知  $n$  為正整數，計算下列各極限的極限值，則下列哪些選項是正確的？

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{n-1} + 5^{n+6}}{2^{n+3} + 6^{n+1}} = \frac{1}{36}$
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100n^4 + 1024n^2 - 321}{n^5 - 2} = 100$
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2^{i+1}}{5^i} = \frac{4}{3}$
- (4) 已知  $\frac{8+2n^2}{3} \leq a_n \leq \frac{2+7n+2n^2}{3}$ ，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = \frac{2}{3}$
- (5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+(2n-1)}} \right) = \frac{1}{2}$

### 三、選填題（占 24 分）

說明：1. 第 A 至 D 題，將答案畫記在答案卡上「選擇(填)題答案區」。  
2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 某彈珠遊戲規定：一顆彈珠發射後，若彈珠落入紅色洞中，則獲得 50 元；若彈珠落入黃色洞中，則獲得 10 元；若彈珠落入綠色洞中，則獲得 5 元；若彈珠落入黑色洞中，則獲得 0 元。已知彈珠落入紅色、黃色、綠色、黑色洞中的機率分別為 0.2、0.3、0.4、0.1。若甲發射兩顆彈珠(兩彈珠射入各顏色洞中互不影響)，試問甲獲得獎金的期望值為 \_\_\_\_\_ 元。

B. 空間中兩直線  $L_1: \begin{cases} y+2z=2 \\ x=0 \end{cases}$ ， $L_2: \begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$ ，若  $P$  為  $L_1$  上任一點， $Q$  為  $L_2$  上任一點，則  $\overline{PQ}$  的最小值為 \_\_\_\_\_。

C. 已知空間中  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  三向量所張成平行六面體體積為 4，則  $3\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}$ 、 $3\vec{a}+2\vec{c}$ 、 $\vec{b}-2\vec{c}$  三向量所張成平行六面體體積為 \_\_\_\_\_。

D. 在複數平面上， $Arg(z)$  表示複數  $z$  的主幅角， $i$  表示虛數單位  $\sqrt{-1}$ 。若

$$Arg\left(\frac{z-2-3i}{z+2+3i}\right) = \frac{\pi}{2}, \text{ 則 } |z| \text{ 之值為 } \underline{\hspace{2cm}}。$$

## 第貳部分：非選擇題（占 34 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚予以零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標準於題末。

一、平面上兩直線  $L_1: 2x - y = 1$ 、 $L_2: 11x + 2y = 13$ ， $P$  為  $L_1$ 、 $L_2$  的交點。設一圓  $C$  半徑為  $\sqrt{2}$ ，且圓  $C$  分別與直線  $L_1$ 、 $L_2$  相切於  $A$ 、 $B$  兩點。

- (1) 若直線  $L_1$ 、 $L_2$  的銳夾角為  $\theta$ ，試求  $\tan \theta$  之值。(5 分)
- (2) 試求  $\overline{PA}$  的長度。(6 分)
- (3) 試求  $\triangle PAB$  外接圓的面積。(6 分)

二、已知函數  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}, & x > 1 \\ a, & x = 1 \\ \frac{x^2+bx+c}{5x^2-12x+7}, & x < 1 \end{cases}$ ，且函數  $f(x)$  在  $x=1$  處為連續。

- (1) 試求函數  $f(x)$  在  $x=1$  的右極限  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  之值。(5 分)
- (2) 求實數  $a$  之值。(6 分)
- (3) 求實數  $b$ 、 $c$  之值。(6 分)

林廷數學