

林廷數學考試中心
108 下學期指考數學(甲)模擬測驗試題
數學考科

109.06.01

—作答注意事項—

考試範圍：第一~第四冊、選修數學甲全

考試時間：80 分鐘

題型題數：單選題 5 題，多選題 4 題，選填題第 A 至 B 題共 2 題，非選擇題 2 題。

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 \square^- 與第 21 列的 \square^7 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 72 分）

一、單選題（占 40 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 8 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 某人擲二個骰子，若擲出點數和為 7 時，可得 100 元，並得繼續投擲，若第二回又擲出和為 7，則又可得 200 元，並得繼續投擲，若第三回合又擲出和為 7，則又可得 600 元，然後遊戲結束，則此人得錢的期望值為？

- (1) 20 元
- (2) 24 元
- (3) 25 元
- (4) 28 元
- (5) 30 元。

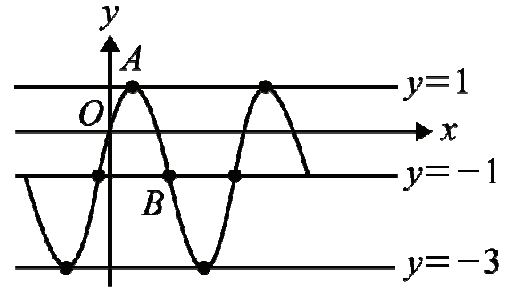
2. 點 $P(\cos 10, \sin 10)$ 位在第幾象限？

- (1) 一
- (2) 二
- (3) 三
- (4) 四
- (5) 五。



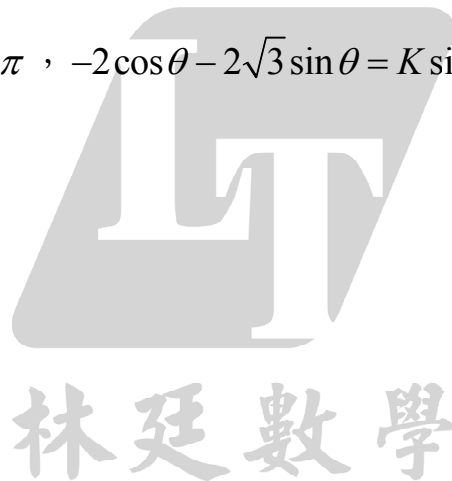
3. $y = f(x)$ 為 $y = \sin x$ 或 $y = \cos x$ 經平移伸縮後而得到之函數，其部分圖形如圖，其中 $A(\frac{\pi}{6}, 1)$ ， $B(\frac{5\pi}{12}, -1)$ ，試問下列哪一選項最合理？

- (1) $f(x) = -1 + 2\cos(2x - \frac{\pi}{6})$
- (2) $f(x) = -1 + 2\cos(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12})$
- (3) $f(x) = -1 + 2\cos(2x + \frac{\pi}{3})$
- (4) $f(x) = -1 + 2\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{24})$
- (5) $f(x) = -1 + 2\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 。



4. 設 $K > 0$ 且 $0 < \alpha < 2\pi$ ， $-2\cos\theta - 2\sqrt{3}\sin\theta = K\sin(\theta + \alpha)$ ，則 $(K, \alpha) = ?$

- (1) $(2, 210^\circ)$
- (2) $(2, 150^\circ)$
- (3) $(4, 210^\circ)$
- (4) $(4, 150^\circ)$
- (5) $(4, 330^\circ)$ 。



5. 設 Z 為複數，則滿足方程式 $|Z - 1 + 2i| + |Z + 3 - i| = 5$ 之 Z 點所成的圖形為？

- (1) 一點
- (2) 一直線
- (3) 一線段
- (4) 橢圓
- (5) 雙曲線。

二、多選題（占 20 分）

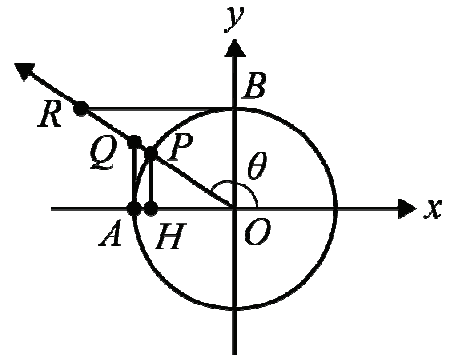
說明：第 6 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 連續投擲一枚公正硬幣 4 次，以隨機變數 X 表示硬幣出現正面的次數，令 $E(X) = \mu$ 為 X 的期望值， $\sqrt{\text{Var}(X)} = \sigma$ 為 X 的標準差，則下列敘述哪些是正確的？

- (1) $P(X = 2) = \frac{3}{16}$
- (2) $P(X \geq 2) = \frac{11}{16}$
- (3) X 的期望值 $E(X) = \mu = 2$
- (4) X 的標準差 $\sqrt{\text{Var}(X)} = \sigma = 1$
- (5) $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = \frac{7}{8}$ 。

7. 坐標平面上以原點為圓心，1 為半徑之單位圓(如圖)， θ 為第二象限角， θ 之終邊與單位圓交點為 P ，過 P 作 x 軸垂線，垂線與 x 軸交點 H 。過 $A(-1, 0)$ 做圓之切線，切線與 \overline{OP} 交點 Q ；過 $B(0, 1)$ 做圓之切線，切線與 \overline{OP} 交點 R ，選出正確的選項。

- (1) $\overline{PH} = \sin \theta$
- (2) $\overline{AQ} = \tan \theta$
- (3) $\overline{OQ} = \csc \theta$
- (4) $\overline{BR} = -\cot \theta$
- (5) $\overline{OR} = -\sec \theta$ 。



8. 設 $f(x) = a\sin x + b\cos x$ ，其中 a, b 為非零的實數，已知當 $x = -30^\circ$ 時， $f(x)$ 有最大值 2，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 若 $f(10^\circ) = k$ ，則 $f(370^\circ) = k$
- (2) 若 $f(10^\circ) = k$ ，則 $f(190^\circ) = -k$
- (3) $f(x)$ 的週期為 2π
- (4) 當 $x = 150^\circ$ 時， $f(x)$ 有最小值
- (5) $f(x)$ 的最小值為 -2 。

9. $z = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $|z| = 1$
- (2) $|z^{2010}| = |z|$
- (3) z 之主幅角為 150°
- (4) $z^{2010} = -1$
- (5) $z^{99} = i$ 。



林廷數學

三、選填題（占 12 分）

說明：1. 第 A 至 B 題，將答案畫記在答案卡上「選擇(填)題答案區」。
2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. x, y 皆為實數， $(x + yi)^{24} = 1$ ，若 $xy \geq 0$ ，則數對 (x, y) 共有 _____ 組解。

B. 求：
$$\left(\frac{1 + \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}}{1 + \cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}} \right)^{100} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

第貳部分：非選擇題（占 28 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚予以零分。
作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標準於題末。

一、坐標平面上有一扇形 AOB (其中 \overline{OA} , \overline{OB} 為半徑), 其中 $O(0, 0)$, $A(\sqrt{3}, 3)$, $B(-2\sqrt{3}, 0)$, 若 $\angle AOB < \pi$, 則:

(1) 扇形 AOB 的面積為何? (9 分)

(2) 若將扇形 AOB 以 O 為頂點, 捲成一個直圓錐體的側面, 且無重疊部分 (即 \overline{OA} , \overline{OB} 重合), 則此圓錐體的高為何? (9 分)

二、如圖, 已知正三角形 PQR 內接於半徑 1 的圓中, 且 P 點坐標 $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$, 求 R 點坐標。(10 分)

