

林廷數學考試中心
108 下學期指考數學(甲)模擬測驗試題
數學考科

109.05.29

—作答注意事項—

考試範圍：第一~第四冊、選修數學甲全

考試時間：80 分鐘

題型題數：單選題 4 題，多選題 4 題，選填題第 A 至 C 題共 3 題，非選擇題 2 題。

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 畫記，如：

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 \square^- 與第 21 列的 \square^7 畫記，如：

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 66 分）

一、單選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

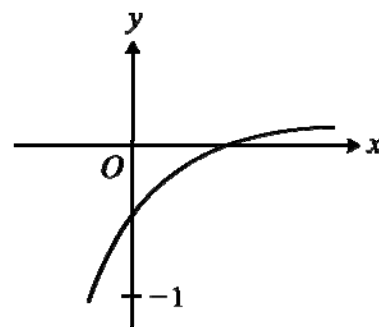
1. 由下表，判斷方程式 $2^x = x^2$ 的一個根位於下列哪一個區間？

x	0.2	0.6	1.0	1.4	1.8	2.2	2.6	3.0	3.4	...
$y = 2^x$	1.149	1.516	2.0	2.639	3.482	4.595	6.063	8.0	10.556	...
$y = x^2$	0.04	0.36	1.0	1.96	3.24	4.84	6.76	9.0	11.56	...

- (1) (0.6, 1.0)
- (2) (1.4, 1.8)
- (3) (1.8, 2.2)
- (4) (2.6, 3.0)
- (5) (3.0, 3.4)

2. 已知函數 $f(x) = \log_a(2^x + b - 1)$ ， $(a > 0, a \neq 1)$ 的圖形如圖（一）所示，則下列正確的選項為何？

- (1) $0 < a^{-1} < b < 1$
- (2) $0 < b < a^{-1} < 1$
- (3) $0 < b^{-1} < a < 1$
- (4) $0 < a^{-1} < b^{-1} < 1$
- (5) $0 < a < b < 1$ 。



圖（一）

3. 如圖 (二)，兩平面 E 、 F 交於直線 L ，且 E 、 F 兩平面所夾的二面為 60° ， A 、 B 是 L 上的兩點， \overline{AC} 、 \overline{BD} 分別在平面 E 、 F 上， $\overline{AC} \perp L$ ， $\overline{BD} \perp L$ ，且 $\overline{AB} = \overline{AC} = a$ ， $\overline{BD} = 2a$ ，則 \overline{CD} 的長為何？

- (1) $2a$
 (2) $\sqrt{5}a$
 (3) a
 (4) $\sqrt{3}a$
 (5) $3a$ 。

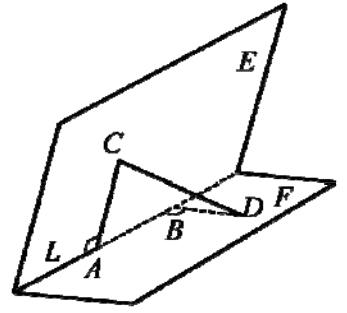


圖 (二)

4. 若動點 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 分別在直線 $L_1: x + y - 7 = 0$ 和 $L_2: x + y - 5 = 0$ 上移動，則 \overline{AB} 的中點 M 到原點距離的最小值為何？

- (1) $2\sqrt{3}$
 (2) $3\sqrt{3}$
 (3) $3\sqrt{2}$
 (4) $4\sqrt{2}$
 (5) $4\sqrt{3}$ 。



二、多選題（占 24 分）

說明：第 5 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 6 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 一張提款卡的密碼共有 6 個數字，每個數字都可從 0~9 中任選，並規定：若按錯三次密碼則卡片會被機器沒收。某人在銀行自動提款機上領錢時，忘記了密碼的最後一位數字，則下列敘述哪些正確？

(1) 任意按最後一位數字，一次就按對的機率為 $\frac{1}{10}$

(2) 按第一次不對的情況下，第二次按對的機率為 $\frac{1}{10}$

(3) 任意按最後一位數字，恰好第二次按對的機率為 $\frac{1}{10}$

(4) 若他記得密碼的最後一位數字是偶數，不超過 2 次就按對的機率為 $\frac{2}{5}$

(5) 卡片被沒收的機率小於 0.5。

6. 關於空間中直線 $L: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$ ，下列選項哪些正確？

(1) L 過 $(-2, -3, 4)$

(2) L 與平面 $x - y + z = 5$ 平行

(3) L 與平面 $2x + y - 5 = 0$ 恰交於一點

(4) L 與直線 $\frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-5}{-1}$ 平行

(5) L 與直線 $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{-3}$ 交於一點。

7. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 的對邊分別為 a ， b ， c ；根據下列條件，哪些選項恰可決定唯一的 $\triangle ABC$ ？

(1) $\sin A = \frac{1}{2}$ ， $\sin B = \frac{1}{3}$ ， $\sin C = \frac{1}{6}$

(2) $\cos A = \frac{4}{5}$ ， $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\cos C = \frac{\sqrt{8}}{3}$

(3) $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 70^\circ$ ， $b = 10$

(4) $\angle B = 30^\circ$ ， $b = 2$ ， $c = 2\sqrt{3}$

(5) $\angle A = 60^\circ$ ， $a = 8$ ， $c = 4\sqrt{3}$ 。

8. 設 $\omega = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ ，關於方程式 $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ 的敘述，哪些正確？

(1) 此方程式只有一個實根

(2) 此方程式的根為 $\cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$ ， $k = 1, 2, 3, 4, 5$

(3) 此方程式的五個根在複數平面上圍成一個正五邊形

(4) $|2 + \omega| \times |2 + \omega^2| \times |2 + \omega^3| \times |2 + \omega^4| \times |2 + \omega^5| = 21$

(5) $\omega^{33} + \omega^{34} + \dots + \omega^{63} = -1$ 。

林廷數學

三、選填題（占 18 分）

說明：1. 第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡上「選擇(填)題答案區」。
2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知標準位置角 θ 的終邊過點 $P(-4k, 3k)$ ，($k < 0$)，則
 $\cot \theta + \sec \theta + \csc \theta =$ _____。

B. 利用矩陣的列運算化簡一增廣矩陣的部分過程如下(假設沒有計算上的錯誤)：

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & -2 & 13 \\ 1 & 3 & 1 & a \\ 5 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & b & -6 \\ 1 & 2 & 3 & -12 \\ c & -3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \dots, \text{ 則 } a+b+c = \text{_____}。$$

C. 將直線 $2x - y + k = 0$ 沿 x 軸向左平移 1 個單位，所得直線與圓
 $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ 相切，則實數 k 的值為 _____。

第貳部分：非選擇題（占 34 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚予以零分。
作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標準於題末。

一、已知點 $P(x, y)$ 是圓 $O: x^2 + y^2 = 2y$ 上的動點， A 為圓 O 的圓心。

(1) 設直線 \overrightarrow{AP} 與 x 軸正向夾角為 θ ，請將 P 點的坐標表成
 $(a + b \cos \theta, c + d \sin \theta)$ 的形式 ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)。(8 分)

(2) 承 (1) 若 $2x + y$ 最大值 M ，最小值 m ，求 (M, m) ；當 $2x + y$ 有最大值時， $(\cos \theta, \sin \theta)$ 之值為何？(9 分)

二、若 $f(x) = x^2 - x + b$ ，且 $f(\log_2 a) = b$ ， $\log_2 f(a) = 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)。

(1) 求 $f(\log_2 x)$ 的最小值及相應的 x 值。(8 分)

(2) 若 $f(\log_2 x) > f(1)$ 且 $\log_2 f(x) < f(1)$ ，求 x 的範圍。(9 分)