

林廷數學考試中心
108 下學期指考數學(甲)模擬測驗試題
數學考科

109.06.18

—作答注意事項—

考試範圍：第一~第四冊、選修數學甲全

考試時間：80 分鐘

題型題數：單選題 4 題，多選題 5 題，選填題第 A 至 B 題共 2 題，非選擇題 2 題。

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 \square^- 與第 21 列的 \square^7 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 76 分）

一、單選題（占 24 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. $\Gamma_1 = \{(x, y) \mid |x| + |y-1| = 1\}$ 與 $\Gamma_2 = \{(x, y) \mid |x| + |y-2| = 2\}$ 是坐標平面上的兩個圖形。若矩陣 T 在平面上定義的線性變換將 Γ_1 映射到 Γ_2 ， T 可以是下列哪一個矩陣？

(1) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix}$



林廷數學

2. 正四面體 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = a$ 。 E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點，則 $\triangle DEF$ 的面積為何？

(1) $\frac{\sqrt{2}}{8}a^2$

(2) $\frac{\sqrt{5}}{16}a^2$

(3) $\frac{3}{8}a^2$

(4) $\frac{\sqrt{11}}{16}a^2$

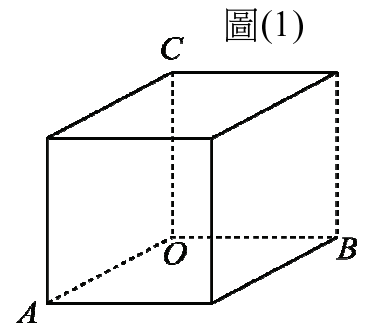
(5) $\frac{\sqrt{13}}{16}a^2$

3. 設 (a, b) 是 $y=2^x$ 與 $y=-3x$ 的交點，則 $y=\log_2 x$ 與 $y=-\frac{1}{3}x$ 的交點為何？

- (1) $(-a, b)$
- (2) $(a, -b)$
- (3) $(-b, a)$
- (4) $(b, -a)$
- (5) (b, a)

4. 圖(1)是坐標空間中的一個正方體，其中 $O(0, 0, 0)$ ， $A(2, 0, 0)$ ， $B(0, 2, 0)$ ， $C(0, 0, 2)$ 。此正方體被平面 $2x + y + z = 4$ 所截的圖形是下列哪一種圖形？

- (1) 空集合
- (2) 三角形
- (3) 四邊形
- (4) 五邊形
- (5) 六邊形



林廷數學

二、多選題（占 40 分）

說明：第 5 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 在空間坐標中，已知 $\vec{v} = (3, 1, 2)$ 是直線 L 的方向向量，且直線 L 與直線 $L': \frac{x-5}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{-2}$ 交於一點 P ；若 P 與原點 $O(0, 0, 0)$ 的距離等於 6，則下列哪些點在直線 L 上？

- (1) $(2, 1, 2)$
- (2) $(1, 1, 2)$
- (3) $(10, 4, 9)$
- (4) $(13, 5, 11)$
- (5) $(16, 6, 12)$

6. 數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 = 2$ ，並且對每個自然數 n 都有 $n(a_{n+1} - a_n) = 3a_n$ ，則下列哪些選項正確？

- (1) $a_3 = 20$
- (2) $a_8 > 250$
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = \frac{2}{3}$
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3} = \frac{1}{3}$
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$

7. 解方程式 $z^8 = (3+4i)^4$ 得 8 個根，依照主幅角由小而大列出此 8 個根依次為 z_1, z_2, \dots, z_8 ，則下列哪些選項正確？(其中 $i = \sqrt{-1}$)

(1) $|z_1| = \sqrt{5}$

(2) 若 z_1 的主幅角為 θ_1 ，則 $\tan \theta_1 = 2$

(3) 若 z_2 的主幅角為 θ_2 ，則 $\tan \theta_2 = 3$

(4) 若 $z_2 = a+bi$ 其中 a, b 為實數，則 $ab = \frac{3}{2}$

(5) $|1-z_3| = 2\sqrt{3}$

8. 二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 通過 $(1, \log 2)$ 、 $(2, \log 3)$ 、 $(3, \log 4)$ 三點，則下列哪些選項正確？

(1) $a > 0$

(2) $b > 0$

(3) $c > 0$

(4) $b^2 - 4ac > 0$

(5) $|a| > |c|$



9. 對於四位數 $abcd$ ，定義 $|a-b| + |b-c| + |c-d|$ 為此四位數的長度，例如 1234 的長度是 3。將 1、2、3、4 四個數字隨機排成四位數(數字不重複)，令 X 表示此四位數長度的隨機變數，且 $P(X=k)$ 表示長度為 k 的機率，則下列哪些選項正確？

(1) 以 1、2、3、4 四個數字不重複排成的四位數長度最小為 3

(2) 以 1、2、3、4 四個數字不重複排成的四位數長度最大為 6

(3) $P(X=4) = \frac{1}{8}$

(4) $P(X=5) = \frac{1}{2}$

(5) 隨機變數 X 的期望值為 5

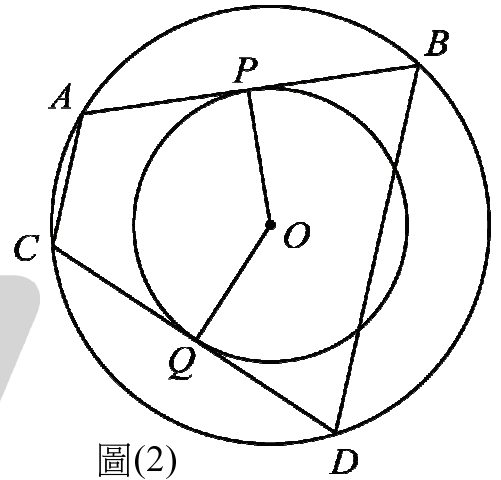
三、選填題（占 12 分）

說明：1. 第 A 至 B 題，將答案畫記在答案卡上「選擇(填)題答案區」。

2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 擲一公正的骰子 4 次，設點數依次為 a 、 b 、 c 、 d 。在 a 、 b 、 c 、 d 兩兩不相等的條件下， $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 1$ 的機率為 _____。(化為最簡分數)

B. 圖(2)中大小兩同心圓半徑分別為 $\sqrt{37}$ 、5， O 是圓心。 P 、 Q 是小圓上兩點，以 P 、 Q 為切點作小圓的切線，分別與大圓交於 A 、 B 與 C 、 D 。若 $\angle POQ = 120^\circ$ ，則 $\frac{BD}{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(化為最簡分數)



圖(2)

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚予以零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標準於題末。

一、在坐標平面上三點 $O(0, 0)$ 、 $A(a, 0)$ 、 $B(0, b)$ ，其中 $a > 0$ 且 $b > 0$ 。已知 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 是 $\triangle OAB$ 的內切圓，試求：

(1) $ab - 2a - 2b$ 之值。(6 分)

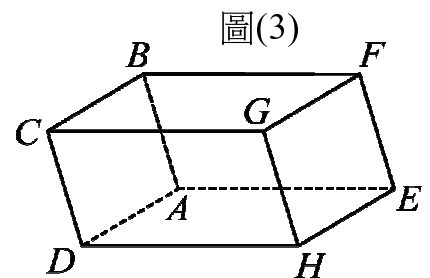
(2) $a + b$ 的最小值。(6 分)

二、圖(3)是坐標空間中的一個平行六面體 $ABCD - EFGH$ ，已知 $A(1, 2, 3)$ ， $B(-1, 0, 1)$ ， $D(0, -1, 2)$ ， $G(2, -3, -2)$ ，試求：

(1) E 點的坐標。(3 分)

(2) 直線 BH 與直線 DF 的交點坐標。(3 分)

(3) G 到平面 ABC 的距離。(6 分)



圖(3)