

建國中學 105 學年度第一學期第一次段考一年級數學科試題

- 一、多重選擇題：(每題 6 分，只錯一個選擇得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，未作答或錯超過 2 個選項者得 0 分，共 30 分)

測驗日期	得 分
月 日	

1. 已知 a 、 b 均為實數，下列各選項哪些是正確的？

(A) 若 $a+b\sqrt{3}=0$ 則 $a=b=0$

(B) 若 ab 及 $\frac{b}{a}$ 均為無理數，則 a 、 b 至少有一為無理數

(C) 可以找到兩個無理數 a 、 b ，使得 $\frac{a}{b}$ 為無理數，且 ab 為有理數

(D) 若 a^3 及 a^7 均為有理數，則 a 必為有理數

(E) 若 $a+b$ 為有理數，且 $a-b$ 為無理數，則 a^2-b^2 必為無理數

2. 已知 x 為實數，請選出正確的選項。

(A) 若 $2|x-\sqrt{3}|=3|x+1|$ ，則 $x=\frac{2\times\sqrt{3}+3\times(-1)}{5}$

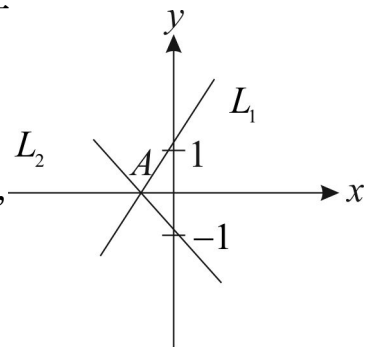
(B) 若 $|x-3|=|x+3|$ ，則 x 之值為 0

(C) 若 $x=\frac{2\times\sqrt{3}+3\times(-1)}{5}$ ，則 $2|x-\sqrt{3}|=3|x+1|$

(D) 若 $-1 < a < 0$ ，則不等式 $|x-a| < |x| + |x+1|$ 恆成立

(E) 若 $a > 1$ ，則方程式 $|x| + |x+1| = a$ 之解恰有兩個

3. 已知兩直線 $L_1: y = a_1x + b_1$ 、 $L_2: y = a_2x + b_2$ 圖形如右圖，



且兩直線交點 A 在 x 軸上，請選出正確的選項：

(A) $a_1 > 0$ (B) $a_1 + a_2 < 0$ (C) $a_1 + b_1 > 0$

(D) $a_2 \cdot b_2 < 0$ (E) $a_1 b_2 = a_2 b_1$

4. 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 為二次函數，滿足 $f(4) > 0$ ， $f(6) < 0$ ，且 $f(3+x) = f(5-x)$ ，則下列敘述哪些正確？

(A) $a < 0$ (B) $c > 0$ (C) $b + 8a = 0$ (D) $b^2 - 4ac > 0$ (E) $4a + 2b + c < 0$

5. 下列各選項哪些為偶函數？

(A) $f_1(x) = |x+2| + |x| + |x-2|$ (B) $f_2(x) = x^2 + 2$ (C) $f_3(x) = (x-1)^2$
(D) $f_4(x) = x^4 + x^3$ (E) $f_5(x) = |x-1| - |x+1|$

二、填充題：(每格 6 分，共 48 分)

1. 已知 n 為正整數，且 $\frac{20-n}{n}$ 之小數形式為正有限小數，則可能的 n 值有 _____ 個。

解：

2. 若 $a = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ ， $b = \sqrt{9-4\sqrt{5}}$ ， $c = \sqrt{10}-3$ ，則 a 、 b 、 c 三數的大小關係為 _____。

解：

3. 已知 x 為實數，則符合不等式 $|x-2| + 2x - 3 < 0$ 之 x 的範圍為 _____。

解：

4. 已知 a 為一定值，且不等式 $|x - \frac{5}{2}| < a$ 的整數解 x 有 6 個，則實數 a 的最大可能值為 _____。

解：

5. 已知二次函數 $y = x^2 + 3x - 1$ 的圖形恆在直線 $y = x + k$ 的圖形上方，則實數 k 的範圍為 _____。

解：

6. 已知 $f(x) = ax^3$ ，其中 a 為實數，若將函數 $f(x)$ 的圖形向右平移 h 個單位，向上平移 k 個單位，可得到函數 $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 12x + 11$ 的圖形，則數對 $(h, k) =$ _____。

解：

7. 已知 $p(x)$ 為一個三次多項式，且 $p(0) = -1$ 、 $p(2) = 6$ 、 $p(-2) = 8$ ，則 $p(1) + P(-1)$ 之值為 _____。

解：

8. 已知直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\overline{CA} = 3$ ， $\overline{CB} = 4$ ， P 為 \overline{AB} 上的一點。若 P 至 \overline{CA} 、 \overline{CB} 之距離分別為 d_1 、 d_2 ，則 $d_1 \times d_2$ 的最大值為 _____。
- 解：

三、計算題：(第 1 題 10 分，每小題 5 分；第 2 題 12 分，每小題 6 分，共 22 分)

1. 已知多項式 $f(x) = x^4 - 6x^3 + 22x^2 - 49x + 43 = a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 + d(x-2) + e$ ，

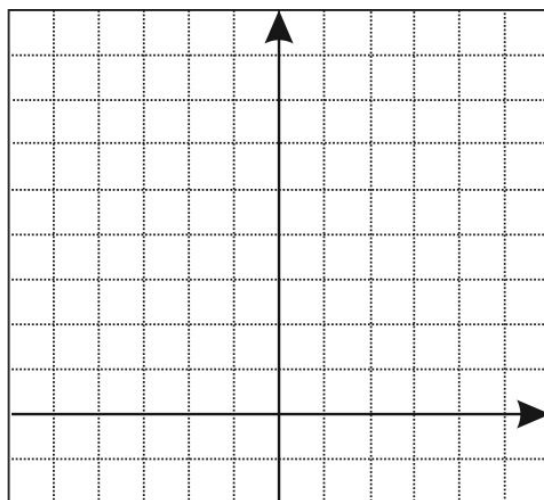
- (1) a 、 b 、 c 、 d 、 e 之值分別為何？
 (2) $f(0.98)$ 之值為何？(四捨五入至小數點後第三位)

解：

2. 已知函數 $f(x) = |x+2| - 2|x-1| + 3|x-2|$ ，其中 x 為任意實數，

- (1) 請在坐標平面上畫出函數 $f(x)$ 之圖形。
 (2) 若直線 $y = k$ 與函數 $f(x)$ 的圖形恰有兩個交點，則 k 之範圍為何？

解：



標準解答

一、多重選擇題：

1. (B)(C)(D) 2. (B)(C)(D)(E) 3. (A)(C)(E) 4. (A)(C)(D)(E)
5. (A)(B)

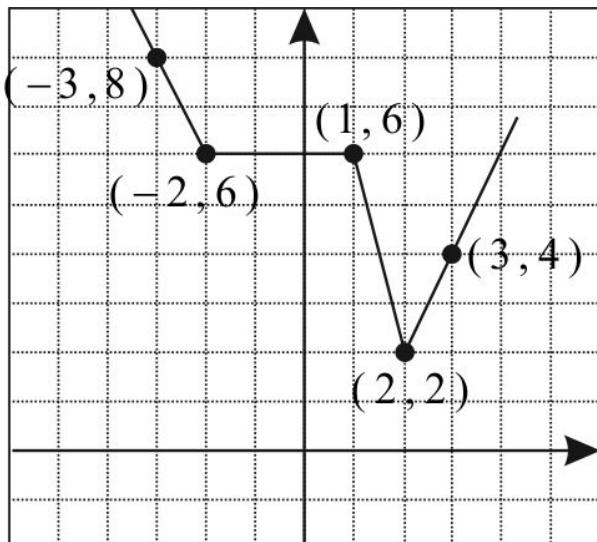
二、填充題：

1. 7 2. $a > b > c$ 3. $x < 1$ 4. $\frac{7}{2}$
5. $k < -2$ 6. (2, 3) 7. 2 8. 5

三、計算題：

1. (1) $f(x) = (x-2)^4 + 2(x-2)^3 + 10(x-2)^2 - (x-2) + 1$
(2) 1.016

2. (1) (2) $k > 2$ 且 $k \neq 6$



Note

