

北一女中 104 學年度第一學期第一次考查二年級數學科試題

一、多重選擇題：答對每個選項得 2 分，答錯不倒扣，共 20 分。

測驗日期	得 分
月 日	

1. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=9, \overline{BC}=8, \overline{CA}=7$ ，則下列各敘述哪些是正確的？

- (1) $\cos A = \frac{11}{42}$ (2) $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{3}$ (3) $\triangle ABC$ 的面積為 $12\sqrt{5}$
 (4) $\triangle ABC$ 過 A 的中線長為 7 (5) $\triangle ABC$ 過 A 的高為 $4\sqrt{5}$

2. 下列各選項的等式中，哪些是正確的？

- (1) $\sin^2 149^\circ + \sin^2 121^\circ = 1$ (2) $\tan 125^\circ \tan 145^\circ = 1$ (3) $\sqrt{1 + \sin 314^\circ} = \sin 157^\circ + \cos 157^\circ$
 (4) $\cos 100^\circ = \sqrt{\frac{1 + \cos 200^\circ}{2}}$ (5) $\tan 40^\circ + \tan 50^\circ = \frac{2}{\sin 80^\circ}$

二、填充題：共 70 分。

1. 化簡 $\frac{\sin 135^\circ - \cos 225^\circ}{\tan 195^\circ - \tan 300^\circ} + \sin 75^\circ - \sin 15^\circ =$ _____。

解：

2. $\triangle ABC$ 三內角 $A、B、C$ ，若 $\tan A = \frac{3}{4}$ ， $\tan B = \frac{5}{12}$ ，則 $\tan C =$ _____。

解：

3. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=c$ ， $\overline{BC}=a$ ， $\overline{CA}=b$ ，若滿足 $4\sin A - \sin B - 2\sin C = 0$ ， $a - 2b + c = 0$ ，則 $\cos C =$ _____。

解：

4. 若 $\sin x = \frac{3}{5}$ ， $\cos x < 0$ ，則 $\tan \frac{x}{2} =$ _____。

解：

5. 在極坐標平面上，兩相異點 $A[4\sqrt{3}, 140^\circ]$ 、 $B[12, 50^\circ]$ ，則 A 、 B 中點的極坐標為_____。

解：

6. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle A$ 內角平分線與 \overline{BC} 交於 D ，若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BD} = 2$ ，則 $\overline{CD} =$ _____。

解：

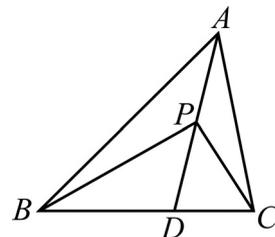
7. 設 θ 為銳角，且已知 $x = \tan \theta$ 是方程式 $\frac{2(\frac{2x}{1-x^2})}{1-(\frac{2x}{1-x^2})^2} = \sqrt{3}$ 的實根，則 $\theta =$ _____。(兩解)

解：

林廷數學

8. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 在 \overline{BC} 上且 $\overline{BD} = 2\overline{CD}$ ， P 是 \overline{AD} 的中點，若 $\overline{PA} = 4$ ， $\overline{PB} = 8$ ， $\overline{PC} = 4$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____。

解：

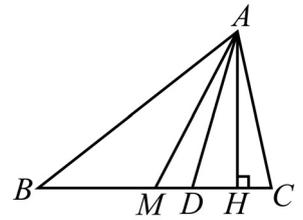


9. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{BC} = 10$ ，且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle ADC = 120^\circ$ ，若梯形 $ABCD$ 有一個內切圓（與四個邊都相切的圓），則梯形 $ABCD$ 的面積為_____。

解：

10. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，過 A 的高 $\overline{AH} = 12$ ， $\angle A$ 的內角平分線段 $\overline{AD} = 13$ ，過 A 的中線 $\overline{AM} = 15$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。

解：



三、證明題：10 分。

1. 設 θ 為任意角且 $\tan \theta$ 有意義，試證明：

$$(1) \sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \quad (2) \cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

解：

標準解答

一、多選題：

1. (3)(4)

2. (1)(2)(5)

二、填充題：

1. $\sqrt{2}$

2. $-\frac{56}{33}$

3. $\frac{1}{5}$

4. 3

5. $[4\sqrt{3}, 80^\circ]$

6. $\frac{58}{21}$

7. 15° 或 60°

8. $12\sqrt{7}$

9. $30\sqrt{3}$

10. $\frac{12}{5}\sqrt{105}$

三、證明題：

1. (1) 略 (2) 略