

測驗日期	得 分
月 日	

一、多重選擇題：每題 10 分，共 30 分，每個選項兩分，未作答不予記分。

1. 已知 $\triangle ABC$ 三邊 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 上的高分別為 $h_a=3$ 、 $h_b=4$ 、 $h_c=6$ ， M 為 \overline{BC} 中點， O 為 $\triangle ABC$ 外接圓圓心，試問下列選項何者正確？

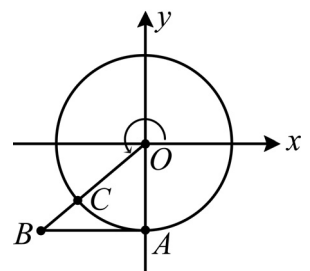
- (A) $\triangle ABC$ 面積為 $\frac{16\sqrt{15}}{5}$ (B) 內切圓半徑為 $\frac{3}{4}$ (C) 外接圓半徑為 $\frac{64}{15}$
 (D) $\overline{AM} = \sqrt{6}$ (E) 外心 O 至 \overline{BC} 距離為 $\frac{16}{15}$ 。

2. 已知 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 為二次方程式 $25x^2 + 5x + k = 0$ 之根，且 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ，試問下列何者正確？

- (A) $k = -\frac{12}{25}$ (B) $\cos 2\theta = \frac{7}{25}$ (C) $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$
 (D) $\sin 3\theta + \cos 3\theta = \frac{161}{125}$ (E) $\sin \theta - \cos \theta = \pm \frac{7}{5}$

3. 如右圖，半徑為 1 的圓 O 與 y 軸交於 A ，角 θ 的頂點為原點，始邊在 x 軸的正向上，終邊為 \overline{OB} ，直線 \overline{AB} 垂直 y 軸且與角 θ 的終邊交於 B 點， \overline{OB} 與圓 O 交於 C ，則下列選項何者正確？

- (A) $\overline{AB} = \frac{1}{\tan \theta}$
 (B) $\overline{OB} = -\frac{1}{\cos \theta}$
 (C) 若 $\overline{AB} = \frac{12}{5}$ ，則 $\tan \theta = \frac{5}{12}$
 (D) 若 $\overline{AB} = \frac{12}{5}$ ，則 C 點坐標為 $(-\frac{12}{13}, -\frac{5}{13})$
 (E) 若 $\overline{AB} = \frac{12}{5}$ ，則 $\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} = \frac{2\sqrt{26}}{13}$ 。

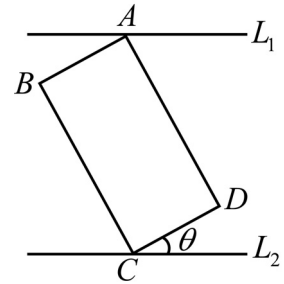


二、填充題：每格 5 分，共 70 分。

1. 已知 θ 為銳角，且 $\cos\theta = \tan\theta$ ，試求 $\sin\theta$ _____。

解：

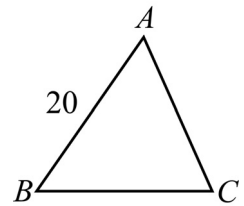
2. 如右圖，矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$ ，若將此矩形放在距離為 8 的兩平行線 L_1 、 L_2 之間，且使 C 、 A 分別若落在 L_1 、 L_2 上，試問 θ 角為_____度。



解：

3. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 20$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ， $\tan C = 3$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。

解：



4. 極坐標平面上，三點 $A[\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}]$ 、 $B[2, \frac{2}{3}\pi]$ 、 $C[4, \frac{7}{6}\pi]$ ，試問 $\triangle ABC$ 面積為_____。

解：

5. 設 $\cos(-100^\circ) = k$ ， $\tan 280^\circ =$ _____。(以 k 表示)

解：

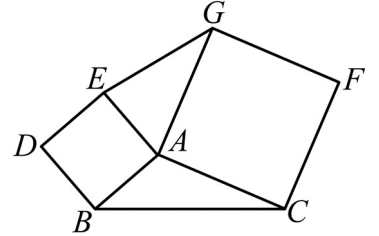
6. P 為直角三角形 ABC 內一點， $\angle B = 90^\circ$ 、 $\overline{PA} = 10$ ， $\overline{PB} = 6$ ， $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA$ ，則 $\overline{PC} =$ _____。

解：

7. $ABCD$ 為圓內接四邊形：若 $\angle DBC = 30^\circ$ 、 $\angle ABD = 45^\circ$ 、 $\overline{CD} = 4$ ，試求 $\overline{AD} =$ _____。

解：

8. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{BC} = 7$ 。分別以 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為一邊，向外側作正方形 $ABDE$ 、 $ACFG$ 。試求 $\triangle AEG$ 的外接圓半徑為_____。



解：

9. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 10$ 、 $\overline{AC} = 6$ 且 $\angle A = 120^\circ$ ， D 在 \overline{BC} 上， \overline{AD} 平分 $\angle A$ 試求 \overline{AD} 的長度_____。

解：

10. 在 $\triangle ABC$ 中， $\tan \angle CAB = \frac{22}{7}$ ，從 A 對 \overline{BC} 做垂足得 D ， D 點將 \overline{BC} 分為長為 3 和 17 兩段，則 $\triangle ABC$ 面積為_____。

解：

11. 已知 $90^\circ < \alpha, \beta < 180^\circ$ ，且 $\sin \alpha = \frac{13}{14}$ 、 $\sin \beta = \frac{11}{14}$ ，求 $\alpha + \beta =$ _____。

解：

12. 求方程式 $\tan(19^\circ, x) = \frac{\cos 96^\circ + \sin 96^\circ}{\cos 96^\circ - \sin 96^\circ}$ 的最小正整數解為_____。

解：

13. $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$ 為 $x^2 + 9x - 4 = 0$ 的二根，求
 $\sin^2(\alpha + \beta) + 9 \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta) - 4 \cos^2(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：

14. $\frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} - \frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

標準解答

一、多重選擇題：

1. (A)(C)(D)

2. (B)(C)(D)

3. (A)(C)(D)(E)

二、填充題：

1. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

2. 30°

3. 21

4. $\frac{11-\sqrt{3}}{2}$

5. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

6. 33

7. $4\sqrt{2}$

8. $\frac{\sqrt{57}}{3}$

9. $\frac{15}{4}$

10. 110

11. 240°

12. 159

13. -4

14. -2